

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ
в формате перспективной модели ЕГЭ

16 мая 2014 года

10 класс

Вариант МА00601
(профильный уровень без логарифмов)

Район.	
Город (населённый пункт)	
Школа.	
Класс.	
Фамилия	
Имя	
Отчество.	

Инструкция по выполнению работы

Диагностический вариант разработан по перспективной схеме двух-уровневого ЕГЭ по математике. Работа состоит из 15 заданий и предназначена для проверки освоения математики на профильном уровне. Работа предназначена для учащихся, нацеленных на применение математики в дальнейшей профессиональной деятельности.

Работа состоит из двух частей. Первая часть включает 8 заданий с кратким ответом В1–В8. Ответом к каждому из них является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 7 заданий (С1–С7) повышенного и высокого уровней сложности по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Каждое из этих заданий требует записи полного решения и ответа.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. На выполнение работы даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Найдите значение выражения $-\frac{10}{\sin^2 92^\circ + \sin^2 182^\circ}$.

Ответ: _____

В2 В таблице даны сведения о населении и площади девяти крупнейших городов Российской Федерации.

	Город	Численность населения (тыс. чел.)	Площадь (кв. км)
1	Екатеринбург	1396,1	487
2	Казань	1176,2	425
3	Москва	11980	2511
4	Нижегород	1259,9	411
5	Новосибирск	1523,8	506
6	Омск	1160,7	573
7	Самара	1171,6	541
8	Санкт-Петербург	5028	1439
9	Челябинск	1156,2	501

Найдите города, в которых численность населения отличается от медианы этой величины не более, чем на 100 тыс. жителей. В ответ запишите количество таких городов.

Ответ: _____

В3 Симметричную монету бросили дважды. Известно, что при одном из бросков выпал орёл. Найдите вероятность того, что при другом броске также выпал орёл. При необходимости ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

В4 Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 8. Найдите высоту треугольника, проведённую из вершины прямого угла.

Ответ: _____

В5 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 12$, $AC = 18$. Найдите боковое ребро SB .

Ответ: _____

В6 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____

В7 Заказ на изготовление 154 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ: _____

В8 Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 12x^2 + 13$.

Ответ: _____

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C7 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $4\cos^4 x - 3\cos 2x - 1 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right)$.

- C2** На ребре BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ выбрана точка K так, что $KB_1 = 4$ и $KB = 5$. Постройте сечение куба плоскостью $A_1 DK$ и найдите его площадь.

- C3** а) Решите неравенство $x + \frac{20}{x+6} \geq 6$.
 б) Решите неравенство $\sqrt{x+4,2} + \frac{1}{\sqrt{x+4,2}} \geq \frac{5}{2}$.
 в) Найдите все решения второго неравенства, не являющиеся решениями первого.

- C4** В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.
 а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если известно, что $R = 5$ и $CD = 15$.

- C5** Предприниматель взял в банке кредит на сумму 9930000 рублей под 10% годовых. Схема погашения кредита: раз в год клиент должен выплачивать банку одну и ту же сумму, которая состоит из двух частей. Первая часть составляет 10% от оставшейся суммы долга, а вторая часть направлена на погашение оставшейся суммы долга. Каждый следующий год проценты начисляются только на оставшуюся сумму долга. Какой должна быть ежегодная сумма выплаты (в рублях), чтобы предприниматель полностью погасил кредит тремя равными платежами?

- C6** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - |x - a + 6| = |x + a - 6| - (a - 6)^2$$

имеет единственный корень.

- C7** а) Приведите пример такого натурального числа n , что числа n^2 и $(n + 24)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 100.
 б) Сколько существует трёхзначных чисел n с указанным в пункте а свойством?
 в) Сколько существует двузначных чисел m , для каждого из которых существует ровно 36 трёхзначных чисел n , таких, что n^2 и $(n + m)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 100.

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ
в формате перспективной модели ЕГЭ

16 мая 2014 года

10 класс

Вариант МА00602
(профильный уровень без логарифмов)

Район.	
Город (населённый пункт)	
Школа.	
Класс.	
Фамилия	
Имя	
Отчество.	

Инструкция по выполнению работы

Диагностический вариант разработан по перспективной схеме двухуровневого ЕГЭ по математике. Работа состоит из 15 заданий и предназначена для проверки освоения математики на профильном уровне. Работа предназначена для учащихся, нацеленных на применение математики в дальнейшей профессиональной деятельности.

Работа состоит из двух частей. Первая часть включает 8 заданий с кратким ответом В1–В8. Ответом к каждому из них является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 7 заданий (С1–С7) повышенного и высокого уровней сложности по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Каждое из этих заданий требует записи полного решения и ответа.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. На выполнение работы даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответом на задания В1–В8 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

В1

Найдите значение выражения $-\frac{8}{\sin^2 48^\circ + \sin^2 138^\circ}$.

Ответ: _____

В2

В таблице даны сведения о населении и площади девяти крупнейших городов Российской Федерации.

	Город	Численность населения (тыс. чел.)	Площадь (кв. км)
1	Екатеринбург	1396,1	487
2	Казань	1 176,2	425
3	Москва	11980	2511
4	Нижний Новгород	1 259,9	411
5	Новосибирск	1523,8	506
6	Омск	1 160,7	573
7	Самара	1 171,6	541
8	Санкт-Петербург	5028	1439
9	Челябинск	1 156,2	501

Найдите города, площади которых отличаются от медианы этой величины не более чем на 50 кв.км. В ответ запишите количество таких городов.

Ответ: _____

В3

Симметричную монету бросили дважды. Известно, что при одном из бросков выпал орёл. Найдите вероятность того, что при другом броске выпала решка. При необходимости ответ округлите до сотых.

Ответ: _____

В4

Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12. Найдите высоту треугольника, проведённую из вершины прямого угла.

Ответ: _____

В5

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 12$, $BD = 10$. Найдите боковое ребро SA .

Ответ: _____

В6

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12,5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____

В7

Заказ на 165 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?

Ответ: _____

В8

Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 3x^2 + 17$.

Ответ: _____

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C7 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- C1** а) Решите уравнение $4\cos^4 x - \cos 2x - 1 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right)$.

- C2** На ребре AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ выбрана точка K так, что $KA = 7$ и $KA_1 = 2$. Постройте сечение куба плоскостью $CD_1 K$ и найдите его площадь.

- C3** а) Решите неравенство $x + \frac{24}{x+7} \geq 7$.
 б) Решите неравенство $\sqrt{x+5,2} + \frac{1}{\sqrt{x+5,2}} \geq \frac{5}{2}$.
 в) Найдите все решения второго неравенства, не являющиеся решениями первого.

- C4** В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = R$.
 а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках E и F . Найдите площадь треугольника BEF , если известно, что $R = 2$ и $CD = 10$.

- C5** Фермер взял в банке кредит на сумму 3640000 рублей под 20% годовых. Схема погашения кредита: раз в год клиент должен выплачивать банку одну и ту же сумму, которая состоит из двух частей. Первая часть составляет 20% от оставшейся суммы долга, а вторая часть направлена на погашение оставшейся суммы долга. Каждый следующий год проценты начисляются только на оставшуюся сумму долга. Какой должна быть ежегодная сумма выплаты (в рублях), чтобы фермер полностью погасил кредит тремя равными платежами?

- C6** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (1-a)^2 = |x-1+a| + |x-a+1|$ имеет единственный корень.

- C7** а) Приведите пример такого натурального числа n , что числа n^2 и $(n+16)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 200.
 б) Сколько существует трёхзначных чисел n с указанным в пункте а свойством?
 в) Сколько существует двузначных чисел m , для каждого из которых существует ровно 36 трёхзначных чисел n , таких, что n^2 и $(n+m)^2$ дают одинаковый остаток при делении на 200.